COMENTÁRIO DA PROVA DE MATEMÁTICA

A proposta de uma avaliação para a 2ª fase deve, ao nosso ver, contemplar características tais como:

- Abrangência
- Gradação
- Pertinência
- Criatividade
- Contextualização
- Correção

Essas características foram contempladas de forma adequada na prova de matemática, transformando-a num bom instrumento de avaliação. Apenas uma ressalva: a prova foi, em algumas questões, extremamente trabalhosa o que pode ter prejudicado a administração do tempo destinado à resolução, principalmente para os alunos que fizeram também a discursiva de outra disciplina.

01 - Um método numérico bastante eficiente para se obter o valor aproximado da raiz quadrada de um número $a > 0$ consiste em duas etapas:

Etapa 1: escolher o valor inicial $x_0 > 0$;

Etapa 2: calcular as aproximações seguintes por meio da expressão $x_{n+1} = \dfrac{x_n^2 + a}{2 \cdot x_n}$, sendo n um número natural.

a) Calcule x_1 e x_2 para $a = 5$ e $x_0 = 2$.

Resolução:

Atribuindo valores a **n**, tem-se:

$$n = 0 \to x_{0+1} = \frac{x_0^2 + a}{2 \,.\, x_0} \to x_1 = \frac{2^2 + 5}{2 \,.\, 2} = \frac{9}{4}$$

$$n = 1 \to x_{1+1} = \frac{x_1^2 + a}{2 \,.\, x_1} \to x_2 = \frac{\left(\frac{9}{4}\right)^2 + 5}{2 \,.\, \frac{9}{4}} = \frac{\frac{161}{16}}{\frac{18}{4}} = \frac{161}{16} . \frac{4}{18} = \frac{161}{72}$$

b) Nas condições do item anterior, verifique que $|(x_2)^2 - 5| < 10^{-3}$

Resolução:

$$|(x_2)^2 - 5| = \left|\left(\frac{161}{72}\right)^2 - 5\right| = \left|\frac{1}{5184}\right| = \frac{1}{5184} < \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

02 - O tempo, em milissegundos, gasto por um programa num computador para processar n entradas diferentes de um problema é dado pela expressão

$$T(n) = n^3 + 5 \cdot n + 6.$$

a) Quantas entradas esse programa é capaz de processar no tempo máximo de 1 segundo?

Resolução:

Em 1 segundo há 1000 milissegundos. Assim, o número máximo de entradas **n** é tal que **T(n)** $\leq$ **1000**:

$n^3 + 5n + 6 \leq 1000$

$n^3 + 5n - 994 \leq 0$

Deseja-se determinar o maior valor natural de **n** para o qual a desigualdade anterior se verifica. Atribuindo valores naturais a **n**, tem-se:

$n = 9 \rightarrow T(9) = 9^3 + 5 \,.\, 9 - 994 = -220 < 0$.

Portanto, n = 9 é solução da desigualdade.

$n = 10 \rightarrow T(10) = 10^3 + 5 \,.\, 10 - 994 = 56 > 0$.

Logo, n = 10 não é solução da desigualdade.

Para valores de **n** maiores que 10, **T(n)** assume valores positivos tão grandes quanto se queira, pois a parcela do polinômio em $\mathbf{n^3}$ é dominante, de modo que o maior valor natural de **n** tal que **T(n)** $\leq$ **1000** é igual a 9.

b) Sabe-se que esse programa é composto por dois blocos e que o tempo total de processamento é o produto do tempo de processamento de cada um desses blocos. Se o tempo de processamento de um dos blocos é $P(n) = n + 1$, determine o polinômio $Q(n)$ que fornece o tempo de processamento do outro bloco.

Resolução:

Vamos supor que o tempo de processamento de um dos blocos seja dado pelo polinômio $\mathbf{Q(n) = an^2 + bn + c}$, em que **a, b, c** são números reais. Desta forma, pelo método de Descartes, tem-se:

$$T(n) = P(n) \,.\, Q(n)$$
$$n^3 + 5 \,.\, n + 6 = (n + 1) \,.\, (an^2 + bn + c)$$
$$n^3 + 5 \,.\, n + 6 = a \,.\, n^3 + (a + b) \,.\, n^2 + (b + c) \,.\, n + c$$

Da identidade dos polinômios, tem-se:

$$\begin{cases} a = 1 \\ a + b = 0 \\ b + c = 5 \\ c = 6 \end{cases}$$

Logo:

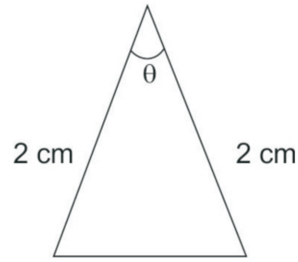
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 6 \end{cases}$$

Portanto:

$$\mathbf{Q(n) = n^2 - n + 6}$$

Observação: O polinômio **Q** também poderia ser obtido por meio do dispositivo prático de Briot-Rufini.

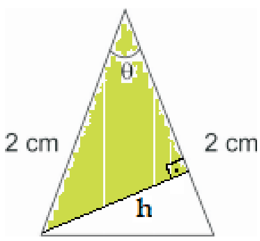
03 - Um triângulo isósceles possui dois lados medindo 2 cm e um ângulo θ entre esses dois lados, conforme indica a figura:



a) Calcule a área desse triângulo para $\theta = 45^\circ$.

Resolução:

Observe o triângulo retângulo em destaque em que **h** é a medida da altura, em cm, relativa a um dos lados de medida 2 cm:



Utilizando a razão seno no triângulo destacado, tem-se:

$$\text{sen}\ \theta = \frac{h}{2} \rightarrow h = 2\ .\ \text{sen}\ \theta$$

A área do triângulo isósceles de lados homólogos de medida 2 cm, representada por **S**, em cm^2, é dada por:

$$S = \frac{2\ .\ h}{2} = h$$

$$S = h$$

Substituindo $h = 2\ .\ \text{sen}\theta$, tem-se:

$$S = 2\ .\ \text{sen}\ \theta$$

a) Se $\theta = 45^o$, então:

$$S = 2\ .\ \text{sen}\ 45^o$$

$$S = 2\ .\ \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S = \sqrt{2}\ cm^2$$

Outra maneira:

A área (S) do triângulo, de lados a, b e c, pode ser dada por:

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{sen}\theta$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \text{sen } 45^o \Rightarrow S = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \therefore S = \sqrt{2}$$

b) Utilizando a fórmula $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{sen}\theta$

Subatituindo os valores

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \text{sen}\theta \Rightarrow S = 2 \cdot \text{sen}\,\theta$$

A área é máxima se, e somente se, sen θ é máximo, ou seja, sen $\theta = 1$, logo o valor de $\theta = 90^o$.

Resposta: A área máxima para $\theta = 90^o$.

b) Para qual ângulo θ a área do triângulo é máxima? Justifique sua resposta. (Sugestão: escreva a base e a altura do triângulo em função de $\frac{\theta}{2}$ e use a relação $2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \text{sen}\theta$.)

Resolução:

Para $0 < \theta < \pi$, tem-se $0 < \text{sen } \theta \leq 1$. Assim, a área do triângulo é máxima para sen $\theta = 1$, isto é:

$S_{máx.} = 2 \cdot \text{ sen}90^o$

$S_{máx.} = 2 \cdot 1$

$S_{máx.} = 2 \text{ cm}^2$

Portanto, $\theta = 90^o$:

04 - Considere a circunferência $C: x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ e a reta $r: y = 2x + 1$, sendo k uma constante.

a) Calcule as coordenadas do centro e a medida do raio da circunferência C.

Resolução:

Obtenção das coordenadas do centro e do raio da circunferência:

$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

$x^2 - 4x + y^2 - 6y = 12$

$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = 12 + 4 + 9$

$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$

Comparando a equação obtida com a equação reduzida da circunferência, $\mathbf{(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2}$, de centro **C (a, b)** e raio de medida **R**, conclui-se que o centro tem coordenadas **C (2, 3)** e o raio mede **5**.

b) Calcule as coordenadas dos pontos de intersecção entre a circunferência C e a reta r.

Resolução:

O ponto comum entre a circunferência e a reta é solução do sistema constituído pelas duas equações.

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0 \end{cases}$$

Substituindo a primeira equação na segunda, tem-se:

$x^2 + (2x + 1)^2 - 4x - 6 \, . \, (2x + 1) - 12 = 0$

$x^2 + 4x^2 + 4x + 1 - 4x - 12x - 6 - 12 = 0$

$5x^2 - 12x - 17 = 0$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \, . \, 5 \, . \, (-17)}}{2 \, . \, 5}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{484}}{10}$$

$$x = \frac{12 \pm 22}{10}$$

$$x = -1 \text{ ou } x = \frac{17}{5}$$

Substituindo em $y = 2x + 1$, tem-se:

$$y = 2 \, . \, (-1) + 1 = -1 \text{ ou } y = 2 \, . \, \frac{17}{5} + 1 = \frac{39}{5}$$

Portanto, os pontos de intersecção têm coordenadas $(-1, -1)$ e $\left(\frac{17}{5}, \frac{39}{5}\right)$.

05 - **Num experimento agrícola envolvendo o plantio de um determinado cereal, observou-se que o número de sacas produzidas por hectare depende da quantidade de sementes plantadas. A tabela ao lado descreve alguns dados coletados nesse experimento:**

Sacos de semente plantada (t)	Sacas de cereal colhidas (N)
3	70
4	85
5	80

Suponha que a relação entre N e t possa ser escrita como uma função da forma:

$$N = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$$

a) Calcule os coeficientes a, b e c na expressão de N.

Resolução:

Substituindo no modelo os valores correspondentes de **t** e **N**, apresentados na tabela, tem-se:

$$\begin{cases} 70 = a \,.\, 3^2 + b \,.\, 3 + c \\ 85 = a \,.\, 4^2 + b \,.\, 4 + c \\ 80 = a \,.\, 5^2 + b \,.\, 5 + c \end{cases}$$

Multiplicando a 1ª equação por (–1) e adicionando os produtos aos respectivos termos das duas outras equações, tem-se:

$$\begin{cases} 70 = 9a + 3b + c \\ 15 = 7a + b \\ 10 = 16a + 2b \end{cases}$$

Mutiplicando a 2ª equação por (–2) e adicionando os produtos aos correspondentes termos da última equação, tem-se:

$$\begin{cases} 70 = 9a + 3b + c \\ 15 = 7a + b \\ -20 = 2a \end{cases}$$

Resolvendo a 3ª equação, obtém-se:

$a = -10$

Substituindo o valor obtido, **a = –10**, na 2ª equação, tem-se:

$15 = 7 \,.\, (-10) + b$

$b = 85$

Substituindo os valores calculados de **a** e **b** na 1ª equação, tem-se:

$70 = 9 \,.\, (-10) + 3 \,.\, 85 + c$

$c = -95$

b) Para qual valor t o número de sacas N será máximo?

Resolução:

A relação entre **t** e **N** é dada por $\mathbf{N(t) = -10t^2 + 85t - 95}$.

A função é representada graficamente por uma parábola cuja concavidade é voltada para baixo. O valor máximo de **N** é obtido quando **t** assume o valor igual à abscissa do vértice da parábola que representa a correspondente função.

$$t = -\frac{85}{2 \,.\, (-10)}$$

$$t = \frac{85}{20}$$

$t = 4{,}25$

Logo, a quantidade máxima de sacas de cereal colhidas é obtida quando se plantam 4,25 sacos de semente.

06 - Um modelo matemático prevê que o custo c(x), em reais, para se produzir x unidades de um produto é dado pela expressão:

$$c(x) = \sqrt{0,25 \cdot x + 1,5}$$

a) Calcule o número de unidades que podem ser produzidas ao custo de R$ 10,00.

Resolução:

Se c(x) = 10, então:

$10 = \sqrt{0,25 \,.\, x + 1,5}$

Elevando ao quadrado ambos os membros, tem-se:

$10^2 = \left(\sqrt{0,25 \,.\, x + 1,5}\right)^2$

$100 = 0,25 \,.\, x + 1,5$

$98,5 = 0,25 \,.\, x$

$x = 394$

Logo, ao custo de 10 reais serão produzidas 394 unidades do produto.

b) Esse modelo fornece dados muito próximos da realidade quando $3 \le c(x) \le 12$. Calcule os valores de x para que essa desigualdade seja satisfeita.

Resolução:

Se $3 \le c(x) \le 12$, então:

$3 \le \sqrt{0,25 \,.\, x + 1,5} \le 12$

Quadrando todos os termos, tem-se:

$3^2 \le \left(\sqrt{0,25 \,.\, x + 1,5}\right)^2 \le 12^2$

$9 \le 0,25 \,.\, x + 1,5 \le 144$

Subtraindo 1,5 de todos os termos, tem-se:

$9 - 1,5 \le 0,25 \,.\, x + 1,5 - 1,5 \le 144 - 1,5$

$7,5 \le 0,25 \,.\, x \le 142,5$

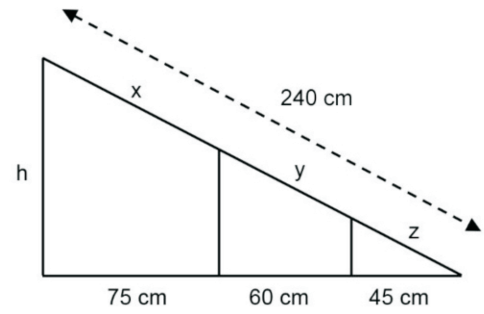
Multiplicando por 4 todos os termos, tem-se:

$\mathbf{30 \le x \le 570}$

Portanto, os valores naturais de **x** devem satisfazer $30 \le x \le 570$, ou seja:

$\mathbf{x \in \{30, 31, 32, ..., 570\}}$

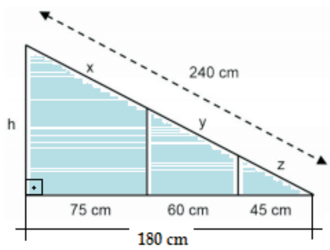
07 - O projeto de uma escadaria prevê o uso de três postes verticais paralelos para sustentar uma armação. Os postes foram espaçados paralelamente ao longo da base da estrutura, como indicado na figura ao lado:



a) Calcule a altura h.

Resolução:

Utilizando o teorema de Pitágoras no triângulo destacado, tem-se:



$$240^2 = 180^2 + h^2$$
$$57600 = 32400 + h^2$$
$$25200 = h^2$$
$$h = \pm\sqrt{25200}$$

Fatorando o radicando e observando que **h > 0**, tem-se:

$$h = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7}$$
$$h = 60\sqrt{7}\text{ cm}$$

b) Calcule as distâncias x, y e z.

Os postes são paralelos. Logo, utilizando o teorema de Tales, tem-se:

$$\frac{75}{x} = \frac{60}{y} = \frac{45}{z}$$

Observando que x + y + z = 240 cm, pelas propriedades das proporções, pode-se escrever:

$$\frac{75}{x} = \frac{60}{y} = \frac{45}{z} = \frac{75+60+45}{x+y+z} = \frac{180}{240} = \frac{3}{4}$$

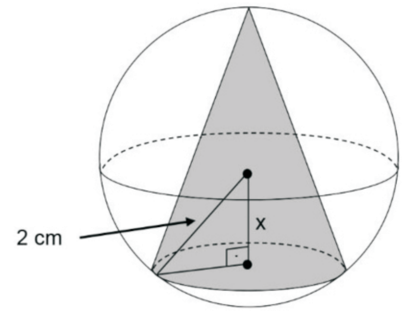
Comparando as razões, tem-se:

$$\frac{75}{x} = \frac{3}{4} \rightarrow x = 100$$
$$\frac{60}{y} = \frac{3}{4} \rightarrow y = 80$$
$$\frac{45}{z} = \frac{3}{4} \rightarrow z = 60$$

Portanto, x = 100 cm, y = 80 cm e z = 60 cm.

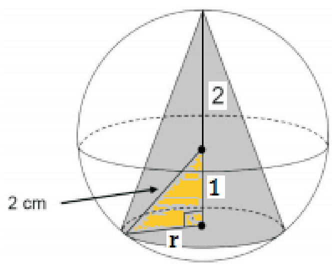
08 - Um cone circular reto está inscrito em uma esfera de raio 2 cm. Indiquemos por x a distância do centro da esfera ao centro da base do cone.

a) Se x = 1 cm, calcule o volume do cone.



Resolução:

Se **x = 1 cm**, a altura do cone mede **h = 3 cm**.



Sendo **r** a medida do raio da base do cone, em cm, utilizando o teorema de Pitágoras no triângulo destacado, tem-se:

$2^2 = 1^2 + r^2$

$4 = 1 + r^2$

$3 = r^2$

$r = \sqrt{3}$ cm $(r > 0)$

O volume do cone é dado por:

$V_c = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V_c = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2 \cdot 3$

$V_c = 3\pi$ cm^3

b) Calcule o valor de x, sabendo que o volume da esfera é quatro vezes o volume do cone.

Resolução:

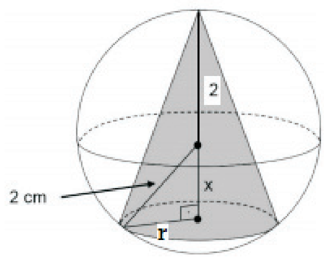
Sendo **R** a medida do raio da esfera, em cm, o volume da esfera é dado por:

$$V_e = = \frac{4}{3}\pi \,.\, R^3$$

$$V_e = \frac{4}{3}\pi \,.\, 2^3$$

$$V_e = \frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$$

No cone em destaque a altura mede (**2 + x**) cm. Por Pitágoras, pode-se obter a medida do raio da base em função da medida **x**:



$$2^2 = x^2 + r^2$$

$$4 - x^2 = r^2 \quad , com\ 0 < x < 2$$

O volume do cone é dado por:

$$V_c = \frac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, r^2 \,.\, h$$

$$V_c = \frac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, (4 - x^2).(2 + x)$$

Se o volume da esfera é igual a quatro vezes o volume do cone, tem-se:

$$V_e = 4 \,.\, V_c$$

$$\frac{32}{3}\pi = 4 \,.\, \frac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, (4 - x^2).(2 + x)$$

$$8 = (4 - x^2).(2 + x)$$

$$x^3 + 2x^2 - 4x = 0$$

$$x \,.\, (x^2 + 2x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x^2 + 2x - 4 = 0$$

Como x = 0 não convém, necessariamente, $x^2 + 2x - 4 = 0$.

Resolvendo, obtém-se como raiz positiva $x = \sqrt{5} - 1$ cm.

09 - A passagem de um determinado sistema físico, de uma configuração para outra, pode ser descrita por meio de uma matriz. Suponha que a matriz S, abaixo, represente a passagem da configuração 1 para a configuração 2 desse sistema, sendo α um número real:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \alpha & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -\alpha \end{pmatrix}.$$

a) Para quais valores de α o determinante da matriz acima é igual a zero?

Resolução:

a) Utilizando a regra de Sarrus, tem-se:

$$-\alpha + 1 = 0$$

$$\alpha = 1$$

Portanto, para $\alpha = 1$ tem-se o determinante nulo.

b) Se $\alpha = 0$, calcule a matriz inversa S^{-1}, que representa a passagem da configuração 2 para a configuração 1 desse sistema.

Resolução:

b) Substituindo α **= 0**, tem-se:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sendo $\mathbf{I_3}$, a matriz identidade de ordem 3, utilizando a definição de matriz inversa, tem-se:

$$S \,.\, S^{-1} = I_3$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

O produto matricial e a igualdade entre matrizes de mesma ordem, permitem escrever:

$$\begin{cases} c = 1 \\ f = 0 \\ i = 0 \\ b + c = 0 \\ e + f = 1 \\ h + i = 0 \\ -a - b = 0 \\ -d - e = 0 \\ -g - h = 1 \end{cases}$$

Resolvendo, obtém-se:

$$\begin{cases} c = 1 \\ f = 0 \\ i = 0 \\ b = -c = -1 \\ e = 1 - f = 1 \\ h = -i = 0 \\ a = -b = 1 \\ d = -e = -1 \\ g = -1 - h = -1 \end{cases}$$

Portanto, a matriz $\mathbf{S^{-1}}$ é dada por:

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

• Outra maneira.

b) Com $\alpha = 0$ o det(S) = 1 logo calculando a matriz inversa de S, temos:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Somando a segunda linha à terceira linha, temos:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Multiplicando a terceira linha por (–1) e somando à primeira linha:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Somando a primeira linha na terceira linha, temos:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

Multiplicando a terceira linha por –1 e somando à segunda linha temos:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Logo a matriz inversa de S é $S^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Resposta: A matriz inversa de S é $S^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

10 - O jogo de "par ou ímpar" é uma forma bastante usada para resolver aleatoriamente um impasse entre duas pessoas. Cada participante escolhe uma das opções – par ou ímpar – e a seguir ambos mostram as mãos, escondendo ou não alguns dedos. Contam-se os dedos aparentes e vence quem tiver acertado a escolha (par ou ímpar) acordada previamente.

Se duas pessoas jogarem par ou ímpar 5 vezes seguidas:

a) Qual a probabilidade de se obterem no máximo 2 resultados pares?

Resolução:

a) Vamos supor que os resultados de "par ou ímpar" de determinada rodada são independentes de qualquer outra. Sendo **A** e **B** os jogadores, é importante observar que existem 4 modos possíveis de ocorrer uma rodada qualquer, sendo 2 deles com resultado par e outros 2 com resultado ímpar.

Jogador	A	B	Soma
Número	Par	Par	**Par**
Número	Par	Ímpar	**Ímpar**
Número	Ímpar	Par	**Ímpar**
Número	Ímpar	Ímpar	**Par**

Logo, em uma rodada qualquer a probabilidade de obter-se par é igual a $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ e a probabilidade de obter-se ímpar também é igual a $\frac{1}{2}$.

Em 5 rodadas, a probabilidade de obterem resultado par, no máximo duas vezes, é igual à probabilidade de obterem par nenhuma vez, adicionada à probabilidade de obterem par uma única vez e, ainda, adicionada à probabilidade de obterem par exatamente duas vezes, ou seja:

$$p = C_5^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$p = 1 \,.\, 1 \,.\, \frac{1}{32} + 5 \,.\, \frac{1}{2} \,.\, \frac{1}{16} + 10 \,.\, \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8}$$

$$p = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 0{,}50 = 50\%$$

Portanto, a probabilidade de se obterem no máximo 2 resultados pares é igual a 50%.

b) Sabendo que na primeira rodada saiu um número par, qual é a probabilidade de ocorrerem exatamente 3 resultados pares?

Resolução:

Se na 1ª rodada ocorreu um resultado par, então para ocorrer exatamente 3 resultados pares nas 5 rodadas, é necessário e suficiente que nas próximas 4 rodadas, ocorram exatamente 2 resultados pares e 2 resultados ímpares. Logo, a probabilidade é dada por:

$$p = C_4^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$p = 6 \,.\, \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$p = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$$

Desta forma, sabendo que na primeira rodada saiu um número par, a probabilidade de ocorrerem exatamente 3 resultados pares é igual a 37,5%.