COMENTÁRIO GERAL DA PROVA DE MATEMÁTICA

Professores Adilson Longen, Carlos Walter Kolb, Emerson Marcos Furtado e Oslei Domingos

Uma prova composta de 9 questões, no mínimo 9 assuntos do Ensino Médio deveriam ser cobrados. Isso não aconteceu! O que se viu foi a presença de 3 questões (64, 65 e 67) do Ensino Fundamental. Assuntos tais como Matrizes, Sistemas Lineares, Determinantes, Trigonometria, Sequência e Números Complexos, por exemplo, que demandam um exaustivo tempo de estudo e preparação, foram simplesmente ignorados. Lamentável.

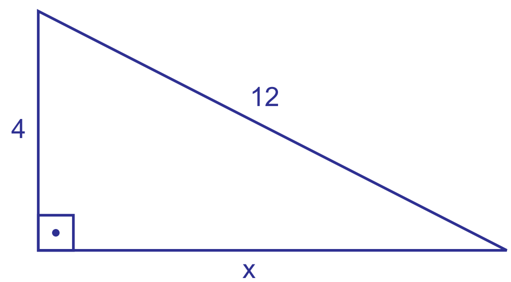
A Comissão da UFPR parece esquecer que seu tradicional vestibular dita o “tom” de todo o trabalho dos professores e alunos no Ensino Médio. Esse possível esquecimento acaba influenciando negativamente a formação esperada e necessária em Matemática.

64 - Em um triângulo retângulo, o maior e o menor lado medem, respectivamente, 12 cm e 4 cm. Qual é a área desse triângulo?

a) $4\sqrt{2}\ cm^2$.
b) $16\ cm^2$.
c) $8\sqrt{2}\ cm^2$.
►d) $16\sqrt{2}\ cm^2$.
e) $24\ cm^2$.

Resolução:

Seja **x** a medida do terceiro lado, de acordo com a seguinte figura:



Utilizando Pitágoras, tem-se:

$12^2 = 4^2 + x^2$

$144 = 16 + x^2$

$144 - 16 = x^2$

$128 = x^2$

$x = \sqrt{128}$ $(x > 0)$

$x = \sqrt{2^6 . 2}$

$x = 8\sqrt{2}$

A área do triângulo, em cm², é dada por:

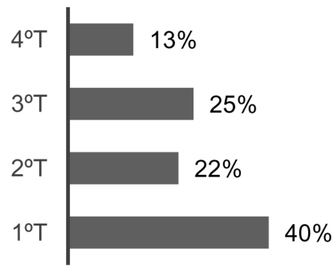
$$S = \frac{8\sqrt{2} . 4}{2}$$

$S = 16\sqrt{2}$

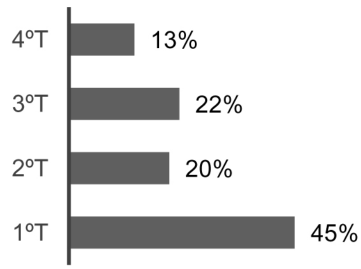
65 - **O Centro de Estudos, Resposta e Tratamento de Incidentes de Segurança no Brasil (CERT.br) é responsável por tratar incidentes de segurança em computadores e redes conectadas à Internet no Brasil. A tabela ao lado apresenta o número de mensagens não solicitadas (spams) notificadas ao CERT.br no ano de 2015, por trimestre. Qual dos gráficos abaixo representa os dados dessa tabela?**

Trimestre	Notificações
4ºT	135.335
3ºT	171.523
2ºT	154.866
1ºT	249.743

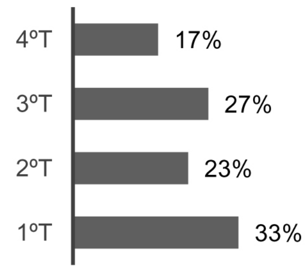
a)



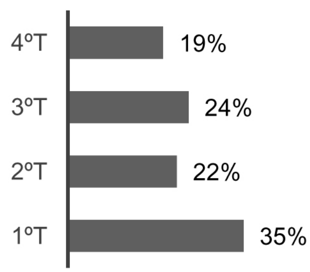
b)



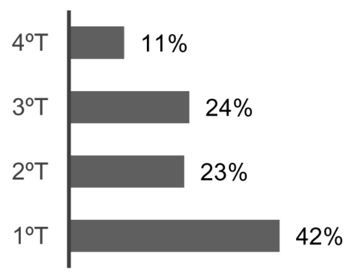
c)



►d)



e)



Resolução:

A soma das notificações nos quatro trimestres é igual a:

$$135335 + 171523 + 154866 + 249743 = 711467$$

Os percentuais de notificações em cada um dos trimestres são dados por:

1º trimestre:

$$\frac{249743}{711467} \cong 0{,}35 = 35\%$$

2º trimestre:

$$\frac{154866}{711467} \cong 0{,}22 = 22\%$$

3º trimestre:

$$\frac{171523}{711467} \cong 0{,}24 = 24\%$$

4º trimestre:

$$\frac{135335}{711467} \cong 0{,}19 = 19\%$$

O gráfico que melhor representa as informações apresentadas é o da alternativa (d).

66 - A piscina usada nas competições de natação das Olimpíadas Rio 2016 possui as medidas oficiais recomendadas: 50 metros de extensão, 25 metros de largura e 3 metros de profundidade. Supondo que essa piscina tenha o formato de um paralelepípedo retângulo, qual dos valores abaixo mais se aproxima da capacidade máxima de água que essa piscina pode conter?

a) 37.500 litros.
b) 375.000 litros.
►c) 3.750.000 litros.
d) 37.500.000 litros.
e) 375.000.000 litros.

Resolução:

O volume da piscina é dado por:

V = 50 . 25 . 3

V = 3750 m^3

Se 1000 litros correspondem a 1 m^3, então a capacidade da piscina, em litros é igual a:

3750 . 1000 = 3 750 000 litros

67 - Rafaela e Henrique participaram de uma atividade voluntária que consistiu na pintura da fachada de uma instituição de caridade. No final do dia, restaram duas latas de tinta idênticas (de mesmo tamanho e cor). Uma dessas latas estava cheia de tinta até a metade de sua capacidade e a outra estava cheia de tinta até 3/4 de sua capacidade. Ambos decidiram juntar esse excedente e dividir em duas partes iguais, a serem armazenadas nessas mesmas latas. A fração que representa o volume de tinta em cada uma das latas, em relação à sua capacidade, após essa divisão é:

a) 1/3.
►b) 5/8.
c) 5/6.
d) 4/3.
e) 5/2.

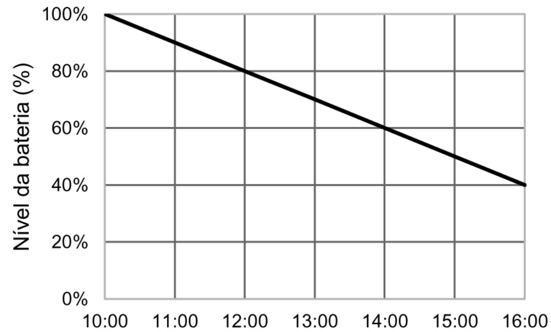
Resolução:

A fração que representa o volume de tinta em cada lata, em relação à própria capacidade, é dada por:

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2} = \frac{\frac{2+3}{4}}{2} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

68 - O gráfico ao lado representa o consumo de bateria de um celular entre as 10 h e as 16 h de um determinado dia. Supondo que o consumo manteve o mesmo padrão até a bateria se esgotar, a que horas o nível da bateria atingiu 10%?

a) 18 h.
►b) 19 h.
c) 20 h.
d) 21 h.
e) 22 h.



Resolução:

Sendo **H** o tempo (em horas) e **N** o nível de bateria (em porcentagem), a relação entre **H** e **N** é dada por:

$N = a\,.H + b$

Para H = 10, tem-se N = 100, ou seja:

$100 = a\,.10 + b$

$10a + b = 100$ (**I**)

Para H = 16, tem-se N = 40:

$40 = a\,.\,16 + b$

$16a + b = 40$ (**II**)

Resolvendo o sistema formado por (**I**) e (**II**), tem-se:

$a = -10$ e $b = 200$

Portanto, o modelo tem a seguinte forma:

$N = -10\,.\,H + 200$

O horário em que a bateria atingiu um nível igual a 10% ocorre quando N = 10, ou seja:

$10 = -10\,.\,H + 200$

$10H = 190$

$H = 19$

Portanto, o nível de bateria atingiu 10% às 19h.

69 - Considere a reta r de equação $y = 2x + 1$. Qual das retas abaixo é perpendicular à reta r e passa pelo ponto $P = (4, 2)$?

a) $y = \frac{1}{2}x$
b) $y = -2x + 10$
c) $y = -\frac{1}{2}x + 5$
d) $y = -2x$
►e) $y = -\frac{1}{2}x + 4$

Resolução:

O coeficiente angular da reta **r** de equação y = 2x + 1 é igual a 2.

A equação da reta perpendicular à reta **r** deve ter coeficiente angular inverso e oposto, ou seja, deve ser igual a $-\frac{1}{2}$.

Logo, a equação da reta perpendicular à reta **r** que passa pelo ponto P = (4, 2) é dada por:

$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$

$y - 2 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 4)$

$2y - 4 = -x + 4$

$2y = -x + 8$

$y = -\frac{1}{2}x + 4$

70 - Um dado comum, com faces numeradas de 1 a 6, é lançado duas vezes, fornecendo dois números a e c, que podem ser iguais ou diferentes. Qual é a probabilidade de a equação $ax^2 + 4x + c = 0$ ter pelo menos uma raiz real?

a) 5/36.
b) 1/6.
►c) 2/9.
d) 4/15.
e) 1/3.

Resolução:

A equação $ax^2 + 4x + c = 0$ possui pelo menos uma raiz real se, e somente se, $\Delta \geq 0$, ou seja:

$b^2 - 4ac \geq 0$

$4^2 - 4 \cdot a \cdot c \geq 0$

$16 \geq 4ac$

$ac \leq 4$

Existem 8 pares de números naturais positivos, (a, c), tais que $ac \leq 4$:

(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (2, 1); (2, 2); (3, 1); (4, 1)

No experimento em que se lança um dado usual duas vezes há 36 pares possíveis:

$6 \cdot 6 = 6^2 = 36$

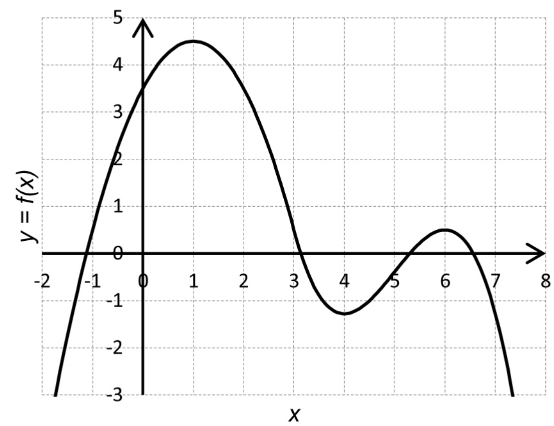
Assim, a probabilidade de a equação possuir pelo menos uma raiz real é dada por:

$p = \frac{8}{36}$

$p = \frac{2}{9}$

71 - A respeito da função representada no gráfico ao lado, considere as seguintes afirmativas:

1. A função é crescente no intervalo aberto $(4, 6)$.
2. A função tem um ponto de máximo em $x = 1$.
3. Esse gráfico representa uma função injetora.
4. Esse gráfico representa uma função polinomial de terceiro grau.



Assinale a alternativa correta.

►a) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas 3 e 4 são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas 1, 2 e 4 são verdadeiras.
e) Somente as afirmativas 2, 3 e 4 são verdadeiras.

Resolução:

1. VERDADEIRA

De acordo com o gráfico, a função é crescente no intervalo $(-\infty, 1) \cup (4, 6)$.

2. VERDADEIRA

Na abscissa, x = 1, tem-se um ponto extremo (máximo).

3. FALSA

A função não é injetora, pois para pelo menos um ponto do gráfico, existe mais de um valor de **x** para o qual se tem o mesmo valor de **y**, ou seja:

$x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

4. FALSA

O gráfico intersecta o eixo x em pelo menos 4 pontos, de modo que a função polinomial representada no gráfico deve ser, no mínimo, de quarto grau.

72 - **Suponha que a quantidade Q de um determinado medicamento no organismo t horas após sua administração possa ser calculada pela fórmula:**

$$Q = 15.\left(\frac{1}{10}\right)^{2t}$$

sendo Q medido em miligramas. A expressão que fornece o tempo t em função da quantidade de medicamento Q é:

►a) $t = \log\sqrt{\frac{15}{Q}}$

b) $t = \frac{\log 15}{2\log Q}$

c) $t = 10\sqrt{\log(\frac{Q}{15})}$

d) $t = \frac{1}{2}\log\frac{Q}{15}$

e) $t = \log\frac{Q^2}{225}$

Resolução:

Inicialmente, tem-se:

$Q = 15 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{2t}$

Tomando-se o logaritmo decimal membro a membro, tem-se:

$\log Q = \log\left[15 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{2t}\right]$

$\log Q = \log 15 + \log\left(\frac{1}{10}\right)^{2t}$

$\log Q = \log 15 + 2t \cdot \log 10^{-1}$

$\log Q = \log 15 - 2t$

$2t = \log 15 - \log Q$

$2t = \log\left(\frac{15}{Q}\right)$

$t = \frac{1}{2} \cdot \log\left(\frac{15}{Q}\right)$

$t = \log\left(\frac{15}{Q}\right)^{\frac{1}{2}}$

$t = \log\sqrt{\frac{15}{Q}}$