COMENTÁRIO GERAL DA PROVA DE MATEMÁTICA

Utilizamos alguns critérios para analisar e comentar a prova de Matemática destinada à 1ª fase do vestibular 2019/2020. Embora seja possível elencar outros critérios, entendemos que numa prova que se destina a avaliar o conhecimento de candidatos à graduação, esses são suficientes e necessários para o cumprimento de seu objetivo:

- **Gradação das Questões**: presença de questões dos três níveis de dificuldade (fácil, média e difícil) que possibilita classificar os candidatos.
- **Pertinência**: os assuntos abordados estão de acordo com o programa divulgado no guia do candidato, isto é, há pertinência e coerência com o programa.
- **Correção**: as questões apresentam seus enunciados e suas respostas corretas não apresentando qualquer tipo de erro conceitual ou algo que induza o candidato ao erro.
- **Abrangência**: há uma distribuição de vários assuntos do programa dentro da limitação do número de questões, não havendo repetição de um mesmo tema.

Para cada um desses critérios utilizamos apenas três classificações e passamos a comentamos principalmente aqueles que apontamos os conceitos “Parcialmente adequado” e “Inadequado” ou quando julgamos necessário acrescentar algo para a Comissão do Vestibular

- **Gradação**
  ( ) Adequado
  (x) Parcialmente adequado
  ( ) Inadequado

  Comentário:
  Mesmo que tenham sido abordadas duas questões que podem ser encaixadas em conteúdos do Ensino Fundamental (questões 29 e 32) não houve a presença de questões de nível imediato (considerada fácil) em que a resolução tenha sido imediata.

- **Pertinência**
  (x) Adequado
  ( ) Parcialmente adequado
  ( ) Inadequado

- **Correção**
  (x) Adequado
  ( ) Parcialmente adequado
  ( ) Inadequado

  Comentário:
  O gabarito provisório apresentou como resposta para a questão 31 o item A. O gabarito oficial deverá apresentar como resposta para essa questão o item C.

- **Abrangência**
  (x) Adequado
  ( ) Parcialmente adequado
  ( ) Inadequado

De modo geral consideramos uma prova em que houve **a valorização** de um trabalho adequado na disciplina de Matemática. O recado é muito claro para os alunos, professores e escolas do Ensino Médio: não se improvisa com o ensino e a aprendizagem de Matemática.

EQUIPE DE MATEMÁTICA

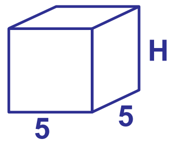
28 - Diana pretende distribuir 6 litros de geleia em 25 potes iguais. Cada pote possui internamente o formato de um paralelepípedo de base quadrada com 5 cm de lado. Dividindo igualmente a geleia em todos os potes, qual é a altura interna que a geleia atingirá em cada recipiente?

a) 6,0 cm.
b) 7,5 cm.
►c) 9,6 cm.
d) 15,0 cm.
e) 24,0 cm.

Resolução:

6 litros geleia → 6000 cm³

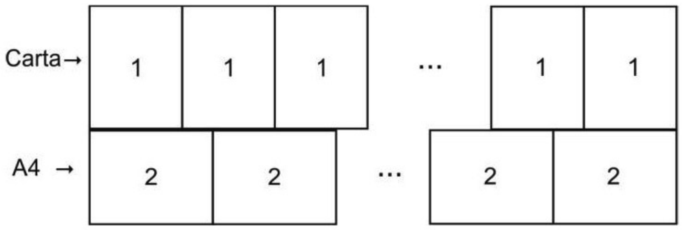
25 potes → $\frac{6000}{25} = 240\ cm^3$ **por pote**

pote → 

$V_p = 5 \cdot 5 \cdot H = 240$

$H = \frac{240}{25} \rightarrow H = 9{,}6\ cm$

29 - **Giovana deseja fazer um painel usando folhas de papel de tamanhos carta e A4. O painel será composto por duas faixas, cada uma contendo apenas folhas inteiras de um tipo dispostas lado a lado (sem sobreposição e sem espaço entre elas), formando uma figura retangular, sem sobras e sem cortes de papel. As folhas do tipo carta (1) serão dispostas na posição vertical, e as folhas do tipo A4 (2) serão dispostas na posição horizontal, conforme ilustra a figura abaixo:**



Sabendo que as folhas A4 têm tamanho 210 mm por 297 mm e que as folhas carta têm tamanho 216 mm por 279 mm, a menor quantidade total de folhas de papel (incluindo A4 e carta) que Giovanna precisa usar para conseguir atender às exigências do enunciado é:

a) 12.
►b) 19.
c) 21.
d) 57.
e) 88.

Resolução:

Largura tipo **1**: 216 mm

Comprimento tipo **2**: 297 mm

MDC (216, 297) = 27 mm

Nº de folhas do tipo **1**: $\dfrac{216}{27} = 8$

+

Nº de folhas do tipo **2**: $\dfrac{297}{27} = 11$

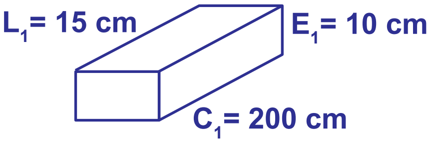
Total de folhas **19**

30 - Suponha que a carga suportada por uma viga seja diretamente proporcional à sua largura e ao quadrado de sua espessura e inversamente proporcional ao seu comprimento. Sabendo que uma viga de 2 m de comprimento, 15 cm de largura e 10 cm de espessura suporta uma carga de 2.400 kg, qual é a carga suportada por uma viga de 20 cm de largura, 12 cm de espessura e 2,4 m de comprimento?

a) 2.880 kg.
b) 3.200 kg.
c) 3.456 kg.
►d) 3.840 kg.
e) 4.608 kg.

Resolução:

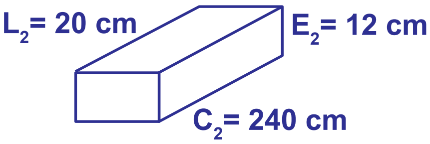
Viga 1



$$2400 = K \, \frac{15 \, . \, 10^2}{200}$$

$$K = \frac{4800}{15} = 320 \text{ cm}$$

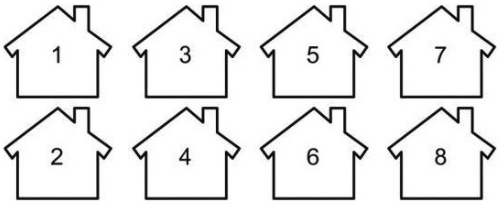
Viga 2



$$N = K \, \frac{20 \, . \, 12^2}{240}$$

$$N = 320 \, \frac{20 \, . \, 144}{240} \rightarrow N = 3840 \text{ kg}$$

31 - Em uma reunião de condomínio, os moradores resolveram fazer um sorteio para decidir a ordem em que suas casas serão pintadas. As 8 casas desse condomínio estão dispostas conforme o esquema ao lado. Dizemos que duas casas são vizinhas quando estão dispostas de frente ou de lado. Por exemplo, a casa 3 é vizinha das casas 1, 4 e 5, enquanto a casa 8 é vizinha apenas das casas 6 e 7.



Qual é a probabilidade das duas primeiras casas sorteadas serem vizinhas?

►a) 5/28.
b) 5/32.
c) 5/14.
d) 5/16.
e) 9/56.

Resolução:

casa do canto e casa vizinha ou casa não do canto e casa vizinha

$$\frac{4}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7}$$

$$\frac{8}{56} + \frac{12}{56} = \frac{20}{56} \rightarrow \frac{5}{14}$$

32 - Alexandre pegou dois empréstimos com seus familiares, totalizando R$ 20.000,00. Ele combinou pagar juros simples de 8% ao ano em um dos empréstimos e de 5% ao ano no outro. Após um ano nada foi pago, e por isso sua dívida aumentou de R$ 20.000,00 para R$ 21.405,00. Quanto foi tomado emprestado de cada familiar?

a) R$ 2.600,00 e R$ 17.400,00.
b) R$ 4.000,00 e R$ 16.000,00.
►c) R$ 6.500,00 e R$ 13.500,00.
d) R$ 7.700,00 e R$ 12.300,00.
e) R$ 8.200,00 e R$ 11.800,00.

Resolução:16

Empréstimo

$$20000 \to \begin{cases} x \\ 20000 - x \end{cases}$$

1ano

$$21405 \to \begin{cases} \dfrac{108}{100}x \\ \dfrac{105}{100}(20000 - x) \end{cases}$$

$$\frac{108}{100} \cdot x + \frac{105}{100}(20000 - x) = 21405$$

$$108x + 2100000 - 105x = 2140500$$
$$3x = 40500$$
$$x = 13500$$

Portanto, emprestou R$ 13500,00 e R$6500,00

33 - **Considere a seguinte sequência de funções polinomiais do segundo grau:**

$$p_1(x) = 2x^2 + \frac{x}{3} - 3,\quad p_2(x) = 2x^2 + \frac{x}{9} - 9,\quad p_3(x) = 2x^2 + \frac{x}{27} - 27, \dots ,\quad p_n(x) = 2x^2 + \frac{x}{3^n} - 3^n, \dots$$

Denotando por S_1 a soma das raízes de $p_1(x)$, S_2 a soma das raízes de $p_2(x)$ e assim por diante, pode-se concluir que a soma infinita

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \cdots$$

é igual a:

a) $-1/2$.
►b) $-1/4$.
c) $-1/8$.
d) $1/4$.
e) $1/2$.

Resolução:

$$p_1(x) = 2x^2 + \frac{1}{3}x - 3$$

$$S_1 = -\frac{\frac{1}{3}}{2} = -\frac{1}{6}$$

$$p_2(x) = 2x^2 + \frac{1}{9}x - 9$$

$$S_2 = -\frac{\frac{1}{9}}{2} = -\frac{1}{18}$$

$$p_3(x) = 2x^2 + \frac{1}{27}x - 27$$

$$S_3 = -\frac{\frac{1}{27}}{2} = -\frac{1}{54}$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

$$S = \frac{a_1}{1-q}$$

$$S = \frac{-\frac{1}{6}}{1-\frac{1}{3}}$$

$$S = -\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$S = -\frac{1}{4}$$

34 - **Um tanque contém uma solução de água e sal cuja concentração está diminuindo devido à adição de mais água. Suponha que a concentração $Q(t)$ de sal no tanque, em gramas por litro (g/l), decorridas t horas após o início da diluição, seja dada por**

$$Q(t) = 100 \times 5^{-0,3t}$$

Assinale a alternativa que mais se aproxima do tempo necessário para que a concentração de sal diminua para 50 g/l.

(Use $\log 5 = 0,7$)

a) 4 horas e 45 minutos.
b) 3 horas e 20 minutos.
c) 2 horas e 20 minutos.
►d) 1 hora e 25 minutos.
e) 20 minutos.

Resolução:

$Q(t) = 100 \,.\, 5^{-0,3t}$

$50 = 100 \,.\, 5^{-0,3t}$

$2^{-1} = 5^{-0,3t}$

$\log 2^{-1} = \log 5^{-0,3t}$

$-\log 2 = -0,3t \,.\, \log 5$

$\log \frac{10}{5} = 0,3t \,.\, \log 5$

$\log 10 - \log 5 = +\, 0,3t \,.\, \log 5$

$1 - 0,7 = 0,3 \,.\, t \,.\, 0,7$

$\frac{0,3}{0,3 \,.\, 0,7} = t$

$\frac{1}{0,7} = t$

$\frac{10}{7} = t$

$\left(\frac{7}{7} + \frac{3}{7}\right)h = t$

$1h + \frac{3}{7} \,.\, 60 \text{ min} = t$

$1h\ 25 \text{ min} \cong t$

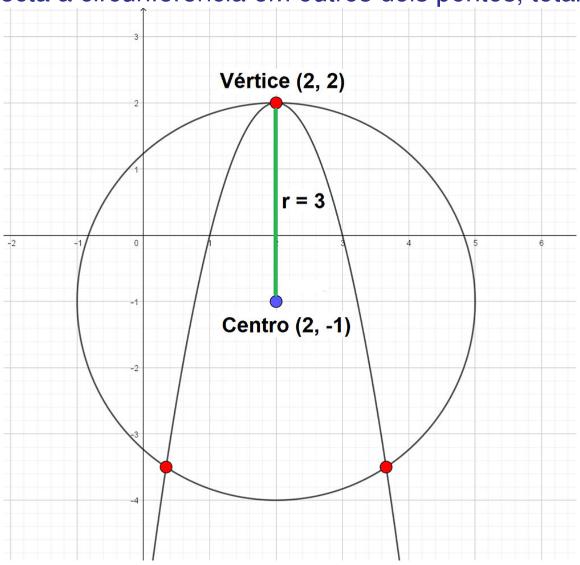
35 - Em quantos pontos do plano cartesiano a circunferência de equação $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ e a parábola de equação $y=-2x^2+8x-6$ se intersectam?

a) 0.
b) 1.
c) 2.
►d) 3.
e) 4.

Resolução

Solução Gráfica:

Circunferência: Centro (2, –1) e raio 3
Parábola: $x_v = 2$, $y_v = 2$
Observe, no gráfico, que o ponto de ordenada máxima da circunferência coincide com o vértice da parábola.
Além deste ponto a parábola intersecta a circunferência em outros dois pontos, totalizando 3 pontos de interseção.



Solução Algébrica:

Resolvendo o sistema formado pelas duas curvas, temos:

$$\begin{cases}(x-2)^2+(y-1)^2=9 & \text{(I)}\\ y=-2x^2+8x-6 & \text{(II)}\end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}x^2+y^2-4x+2y-4=0 \quad \times(-2)\\ -2x^2+8x-y-6=0\end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}-2x^2-2y^2+8x-4y+8=0\\ -2x^2+8x-y-6=0\end{cases} \Rightarrow 2y^2+3y-14=0$$

Raízes: $y_1=2$ e $y''=-\dfrac{7}{2}$

Substituindo em (II): $x_1=2;\ x_2=\dfrac{4-\sqrt{11}}{2};\ x_3=\dfrac{4+\sqrt{11}}{2}$

Ou seja, 3 pontos de interseção.

36 - Sejam $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, tais que $cos(x) = \frac{4}{5}$ e $sen(y) = \frac{5}{13}$. Podemos concluir que $tg(x+y)$ é igual a:

a) 1/2.
b) 7/6.
c) 8/9.
d) 25/52.
►e) 56/33.

Resolução:

$$\cos x = \frac{4}{5}$$
$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\text{sen}^2 x + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$
$$\text{senx} = \frac{3}{5}$$

$$\text{tgx} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{senx} = \frac{5}{13}$$
$$\text{sen}^2 x + \cos^2 y = 1$$
$$\left(\frac{5}{13}\right)^2 + \cos^2 y = 1$$
$$\cos y = \frac{12}{13}$$

$$\text{tgx} = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$$

$$\text{tg}(x+y) = \frac{\text{tgx} + \text{tgy}}{1 - \text{tgxtgy}}$$

$$\text{tg}(x+y) = \frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{12}}$$

$$\text{tg}(x+y) = \frac{\frac{14}{12}}{\frac{11}{16}} \rightarrow \text{tg}(x+y) = \frac{56}{33}$$