

COMENTÁRIO DA PROVA DE MATEMÁTICA

No contexto geral, a UFPR mantém na prova de matemática a qualidade de sempre. Observa-se uma boa distribuição nos assuntos abrangidos, que é essencial para qualificar um instrumento de aferição. Também é oportuno registrar que o nível de dificuldade da prova foi um pouco superior em relação à prova do ano anterior. Isso tudo dá qualidade ao processo seletivo deste ano.

Enfim, uma prova que vai premiar o aluno que trabalhou com seriedade ao longo do ano.

Equipe de Matemática

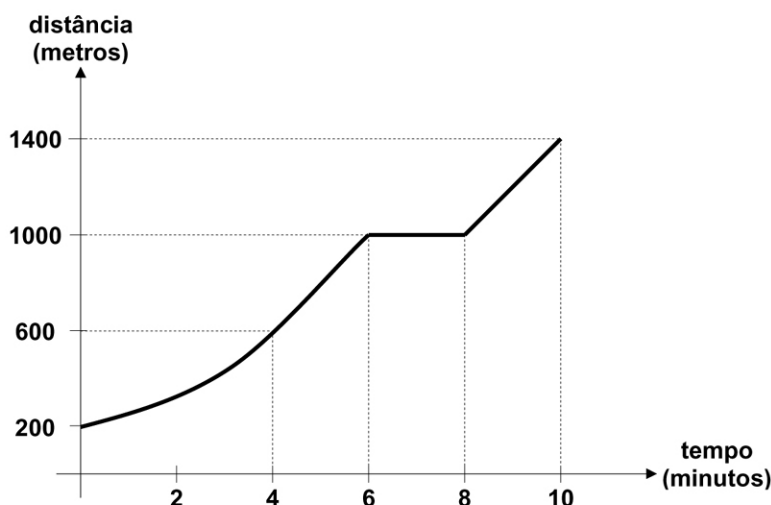
01 - Num teste de esforço físico, o movimento de um indivíduo caminhando em uma esteira foi registrado por um computador. A partir dos dados coletados, foi gerado o gráfico da distância percorrida, em metros, em função do tempo, em minutos, mostrado ao lado:

De acordo com esse gráfico, considere as seguintes afirmativas:

1. A velocidade média nos primeiros 4 minutos foi de 6 km/h.
2. Durante o teste, a esteira permaneceu parada durante 2 minutos.
3. Durante o teste, a distância total percorrida foi de 1200 m.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
- d) Somente a afirmativa 3 é verdadeira.
- ▶ e) As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.



Solução:

1. Verdadeira

$$V_m = \frac{400 \text{ metros}}{4 \text{ minutos}} = \frac{\frac{400}{1000} \text{ km}}{\frac{4}{60} \text{ hora}} = \frac{400}{1000} \cdot \frac{60}{4} = 6 \text{ km/h}$$

2. Verdadeira

De acordo com o gráfico, o indivíduo não caminhou na esteira do 6º minuto ao 8º minuto. Portanto, a afirmação é correta.

3. Verdadeira

O gráfico indica que o deslocamento iniciou com 200 metros e terminou com 1400 metros percorridos. Logo, a distância total percorrida foi de 1200 metros.

Resposta: E

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

Vestibular UFPR 2011/2012 - 1ª Fase

MATEMÁTICA



02 - Numa série de testes para comprovar a eficiência de um novo medicamento, constatou-se que apenas 10% dessa droga permanecem no organismo seis horas após a dose ser ministrada. Se um indivíduo tomar uma dose 250 mg desse medicamento a cada seis horas, que quantidade da droga estará presente em seu organismo logo após ele tomar a quarta dose?

- a) 275 mg.
- b) 275,25 mg.
- c) 277,75 mg.
- d) 285 mg.
- e) 285,55 mg.

Solução 1:

1ª dose: 250 mg

Quantidade remanescente do medicamento 6 horas após a 1ª dose ter sido tomada:

$$0,10 \cdot 250 \text{ mg} = 25 \text{ mg}$$

2ª dose: 250 mg

Quantidade remanescente do medicamento 6 horas após a 2ª dose ter sido tomada:

$$0,10 \cdot 25 \text{ mg} + 0,10 \cdot 250 \text{ mg} = 2,5 + 25 = 27,5 \text{ mg}$$

3ª dose: 250 mg

Quantidade remanescente do medicamento 6 horas após a 3ª dose ter sido tomada:

$$0,10 \cdot 27,5 \text{ mg} + 0,10 \cdot 250 \text{ mg} = 2,75 + 25 = 27,75 \text{ mg}$$

4ª dose: 250 mg

Quantidade remanescente do medicamento imediatamente após a 4ª dose ter sido tomada:

$$27,75 \text{ mg} + 250 \text{ mg} = 277,75 \text{ mg}$$

Solução 2:

Se a cada 6 horas apenas 10% do medicamento permanecem no organismo e uma nova dose de 250 mg é tomada, então a quantidade de medicamento a cada 6 horas é igual à soma dos termos de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é igual a 250 mg e cuja razão é igual a 1/10. Logo, a quantidade de medicamento no organismo logo após o indivíduo tomar a quarta dose é dada por:

$$\frac{250}{10^0} + \frac{250}{10^1} + \frac{250}{10^2} + \frac{250}{10^3} = 250 + 25 + 2,5 + 0,25 = 277,75 \text{ mg}$$

Resposta: C

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

Vestibular UFPR 2011/2012 - 1ª Fase

MATEMÁTICA



03 - André, Beatriz e João resolveram usar duas moedas comuns, não viciadas, para decidir quem irá lavar a louça do jantar, lançando as duas moedas simultaneamente, uma única vez. Se aparecerem duas coroas, André lavará a louça; se aparecerem duas caras, Beatriz lavará a louça; e se aparecerem uma cara e uma coroa, João lavará a louça. A probabilidade de que João venha a ser sorteado para lavar a louça é de:

- a) 25%.
- b) 27,5%.
- c) 30%.
- d) 33,3%.
- e) 50%.

Solução:

Lançando-se duas moedas comuns, não viciadas, existem 4 resultados possíveis. Se **K** representa “cara”, e **C**, “coroa”, o espaço amostral, representado por **S**, é dado por:

$$S = \{(K, K); (K, C); (C, K); (C, C)\}$$

Evento “João lava a louça”: $J = \{(K, C); (C, K)\}$

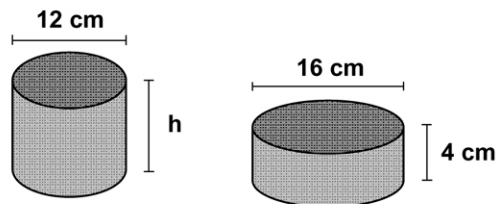
A probabilidade do evento “João lava a louça” é dada por:

$$p(J) = \frac{n(J)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,50 = 50\%$$

Resposta: E

04 - As duas latas na figura ao lado possuem internamente o formato de cilindros circulares retos, com as alturas e diâmetros da base indicados. Sabendo que ambas as latas têm o mesmo volume, qual o valor aproximado da altura h ?

- a) 5 cm.
- b) 6 cm.
- c) 6,25 cm.
- d) 7,11 cm.
- e) 8,43 cm.



Solução:

O volume **V** de um cilindro circular reto é dado por $V = \pi R^2 \cdot H$, em que **R** é a medida do raio e **H** a medida da altura. Se os dois volumes são iguais, então:

$$\pi \cdot 6^2 \cdot h = \pi \cdot 8^2 \cdot 4$$

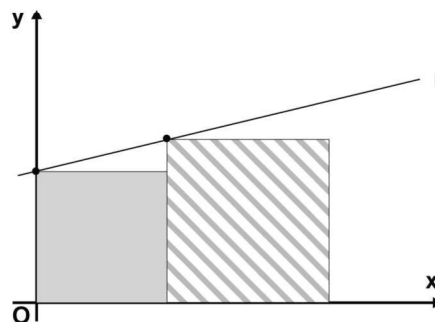
$$h = \frac{64}{9}$$

$$h \cong 7,11 \text{ cm}$$

Resposta: D

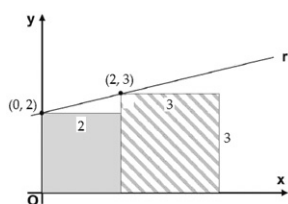
05 - Na figura ao lado estão representados, em um sistema cartesiano de coordenadas, um quadrado cinza de área 4 unidades, um quadrado hachurado de área 9 unidades e a reta r que passa por um vértice de cada quadrado. Nessas condições, a equação da reta r é:

- a) $x - 2y = -4$
- b) $4x - 9y = 0$
- c) $2x + 3y = -1$
- d) $x + y = 3$
- e) $2x - y = 3$



Solução:

Se os quadrados possuem áreas de medidas iguais a 4 unidades e 9 unidades, respectivamente, então cada um dos lados mede 2 unidades e 3 unidades. Assim, pode-se representar estas informações na próxima figura:



Se a reta r passa pelo ponto $(0,2)$, então o correspondente coeficiente angular é dado por:

$$m_r = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 2}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

Se a reta r passa pelo ponto $(0,2)$, então:

$$y - 2 = \frac{1}{2} \cdot (x - 0), \text{ então:}$$

$$2y - 4 = x$$

$$x - 2y = -4$$

Resposta: A

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

Vestibular UFPR 2011/2012 - 1ª Fase

MATEMÁTICA



06 - Todas as faces de um cubo sólido de aresta 9 cm foram pintadas de verde. Em seguida, por meio de cortes paralelos a cada uma das faces, esse cubo foi dividido em cubos menores, todos com aresta 3 cm. Com relação a esses cubos, considere as seguintes afirmativas:

1. Seis desses cubos menores terão exatamente uma face pintada de verde.
2. Vinte e quatro desses cubos menores terão exatamente duas faces pintadas de verde.
3. Oito desses cubos menores terão exatamente três faces pintadas de verde.
4. Um desses cubos menores não terá nenhuma das faces pintada de verde.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas 1, 2 e 4 são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas 1 e 4 são verdadeiras.
- ▶ c) Somente as afirmativas 1, 3 e 4 são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
- e) As afirmativas 1, 2, 3 e 4 são verdadeiras.

Solução:

Para que o cubo maior de 9 cm de aresta seja inteiramente dividido em cubos menores de 3 cm de aresta, devem ser realizados 6 cortes: 2 cortes paralelo à face da base, 2 cortes paralelos à face lateral e 2 cortes paralelos à face frontal. Deste modo, $3^3 = 27$ cubos menores serão destacados. Destes:

- 8 cubos menores terão 3 faces pintadas de verde (vértices do cubo maior);
- 12 cubos menores terão apenas 2 faces pintadas de verde (centro das arestas do cubo maior);
- 6 cubos menores terão apenas 1 face pintada de verde (centro das faces do cubo maior);
- 1 cubo menor não terá qualquer face pintada de verde (centro do cubo maior).

Logo, pode-se concluir que:

1. Verdadeira

Seis desses cubos menores terão exatamente uma face pintada de verde.

2. Falsa

Doze desses cubos menores terão exatamente duas faces pintadas de verde.

3. Verdadeira

Oito desses cubos menores terão exatamente três faces pintadas de verde.

4. Verdadeira

Exatamente um desses cubos menores não terá qualquer face pintada de verde.

Resposta: C

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO



Vestibular UFPR 2011/2012 - 1ª Fase

MATEMÁTICA

07 - Uma bolsa contém 20 moedas, distribuídas entre as de 5, 10 e 25 centavos, totalizando R\$ 3,25. Sabendo que a quantidade de moedas de 5 centavos é a mesma das moedas de 10 centavos, quantas moedas de 25 centavos há nessa bolsa?

- a) 6.
- b) 8.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 12.

Solução:

Seja x a quantidade de moedas de R\$0,05 e R\$0,10, e y a quantidade de moedas de R\$0,25. Do enunciado, temos:

$$\begin{cases} x + x + y = 20 \\ 0,05x + 0,10x + 0,25y = 3,25 \text{ (multiplicando por 20)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 20 \\ 3x + 5y = 65 \end{cases}$$

multiplicando a primeira por (-5) e somando à segunda, vem:

$$-7x = -35 \therefore x = 5$$

substituindo na primeira equação, temos:

$$2 \cdot 5 + y = 20 \therefore y = 10$$

O número de moedas de 25 centavos na bolsa é 10.

Resposta: D

08 - Para se calcular a intensidade luminosa L , medida em lumens, a uma profundidade de x centímetros num determinado lago, utiliza-se a lei de Beer-Lambert, dada pela seguinte fórmula:

$$\log\left(\frac{L}{15}\right) = -0,08x$$

Qual a intensidade luminosa L a uma profundidade de 12,5 cm?

- a) 150 lumens.
- b) 15 lumens.
- c) 10 lumens.
- d) 1,5 lumens.
- e) 1 lúmen.

Solução:

Substituindo-se $x = 12,5$ cm na equação da lei de Beer-Lambert, tem-se:

$$\log\left(\frac{L}{15}\right) = -0,08x$$

$$\log\left(\frac{L}{15}\right) = -0,08 \cdot 12,5$$

$$\log\left(\frac{L}{15}\right) = -1$$

$$\frac{L}{15} = 10^{-1}$$

$$L = 15 \cdot 10^{-1}$$

$$L = 1,5 \text{ lúmen}$$

Resposta: D

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

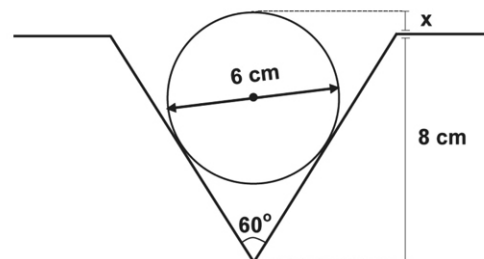
Vestibular UFPR 2011/2012 - 1ª Fase

MATEMÁTICA



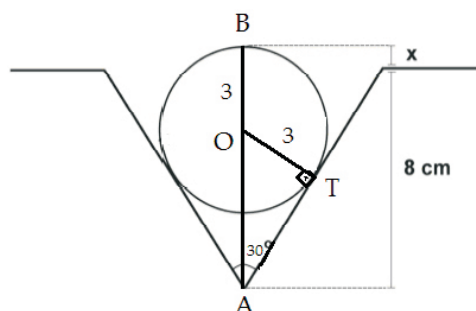
09 - Num projeto hidráulico, um cano com diâmetro externo de 6 cm será encaixado no vão triangular de uma superfície, como ilustra a figura ao lado. Que porção x da altura do cano permanecerá acima da superfície?

- a) $1/2$ cm.
- b) 1 cm.
- c) $\sqrt{3}/2$ cm.
- d) $\pi/2$ cm.
- e) 2 cm.



Solução:

A partir das informações apresentadas, pode-se ilustrar a solução da seguinte maneira:



No triângulo AOT, tem-se:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{3}{AO}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{AO}$$

$$AO = 6 \text{ cm}$$

O valor de x é dado por:

$$AO + OB = 8 + x$$

$$6 + 3 = 8 + x$$

$$x = 1 \text{ cm}$$

Resposta: B