

# PROVA GABARITADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

VESTIBULAR PUCPR 2009/2010

Prova Manhã Nº 11



## COMENTÁRIO GERAL DOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

### VESTIBULAR PUCPR 2009/2010

#### PROVA DE MATEMÁTICA

O comentário que tecemos a respeito da prova de Matemática da PUCPR se inicia com uma retomada de partes de comentários feitos por nossa equipe nos dois últimos vestibulares. Vamos a eles!

##### **Retomada 1 – Vestibular para 2009:**

*Embora reportagens da mídia escrita e falada tenham a cada final de ano algum espaço dedicado a comentários sobre os jovens que buscam ingressar em instituições de ensino superior, não é possível observar na íntegra o que é preparar-se para tal. As famílias investem maciçamente não apenas parte de suas rendas, mas tempo, incentivo, expectativa. Afinal, seus filhos estão prestes a iniciar uma carreira profissional e também realizar uma primeira grande conquista.*

*A preparação não é uma tarefa das mais simples. Exige do futuro acadêmico uma espécie de exílio da convivência social. O seu dia muitas vezes começa às seis horas da manhã e termina lá pelas onze horas da noite. Não reclama, pois sabe que seus concorrentes também fazem isso. Não desanima, pois acredita naquilo que está fazendo. Dorme com a sensação de dever cumprido, mas sabe que no dia seguinte mais leituras o esperam, outras aulas virão preparando-o cada vez mais.*

*Os pais que acompanham toda a preparação do jovem observam mudanças. Seu filho amadureceu rapidamente e já exhibe aspectos da fase adulta. É inegável sentir orgulho pelo filho. Quando chega o dia da avaliação de toda a preparação (o vestibular) dão um forte abraço e cobrem o filho de incentivos. É chegada a hora de quem não improvisou com seus próprios sonhos. É o momento de mostrar que se preparou e tem maturidade intelectual para ser aprovado.*

*Inicia-se a prova. O que se vê é um descompasso entre a preparação do jovem e a avaliação que está em sua frente...*

*Gostaríamos de continuar esse texto falando que a prova foi adequada à preparação do jovem. Infelizmente isso não será possível. Assim, passamos a comentar e a lamentar (prova 11):*

**Observação atual: rigorosamente, naquela prova, 4 das 8 questões tinham problemas sérios, ou no enunciado ou nas respostas.**

##### **Retomada 1 – Vestibular para 2008:**

*No vestibular de 2006, a equipe de Matemática do Curso Positivo sugeriu à comissão elaboradora da prova que procurasse diversificar um pouco mais as questões, explorando a criatividade e a originalidade. Valorizando nosso trabalho e, principalmente, a dedicação dos alunos, desde 2007 isso passou a ocorrer. Entendemos que uma prova bem elaborada deve ter equilíbrio, tanto no grau de dificuldade, quanto na distribuição de assuntos relacionados nas questões da prova.*

*A prova de Matemática da PUCPR de 2008 explorou ainda mais a contextualização. Das dez questões propostas, exatamente cinco apresentaram-se contextualizadas. Algumas, inclusive, relacionaram mais de um assunto na mesma questão e apresentaram alternativas reflexivas. Este fato não vinha ocorrendo até então e é digno de elogios, pois acarreta um aumento na qualidade da prova.*

*Entretanto e para nossa infelicidade, novamente observamos algumas imprecisões na prova de 2008. Aliás, cabe aqui uma importante pergunta: qual foi o último ano em que a prova de Matemática da PUC não apresentou erros?*

*Pasmem, mas o último vestibular em que não se constatou erro foi o de 2003. Ou seja, já são cinco anos consecutivos de erros: 2004, 2005, 2006, 2007 e 2008. Não é mais possível que uma Instituição de tanta tradição, formadora de opinião, de inúmeros serviços prestados à comunidade, composta por um corpo docente competente e preparado, continue apresentando tal nível de qualidade. Até quando os alunos mais bem preparados serão prejudicados?*

**Observação atual: atualizando os dados sobre esse último comentário, deve-se lamentar que são sete anos consecutivos de erros.**

##### **Comentário – Vestibular para 2010:**

Considerando que havia 8 questões na prova, e 4 delas continham problemas, continuamos aguardando tempos de provas bem elaboradas, que realmente avaliem conhecimentos.

Professores: Emerson, Luiz Antônio, Kolb, Adilson e Vanderlei.

# PROVA GABARITADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

VESTIBULAR PUCPR 2009/2010

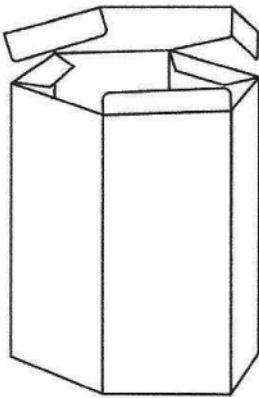
Prova Manhã Nº 11



9. A figura mostrada abaixo representa uma embalagem de papelão em perspectiva, construída pelo processo de corte, vinco e cola.

Determine a quantidade de material para fabricar 500 embalagens, sabendo que a aresta da base mede 10 cm, a altura mede 30 cm e que serão necessários 20% a mais de papelão em virtude dos vincos.

$$(\sqrt{3} \cong 1,7)$$



- A) 138,6  $m^2$
- B) 123,30  $m^2$
- C) 115,5  $m^2$
- D) 11.550  $m^2$
- E) 1.386  $m^2$

### Comentário:

A área total de cada embalagem é igual à soma da área lateral e das áreas das bases. Assim, sendo  $A_t$  a área total, temos:

$$A_t = 6 \cdot 10 \cdot 30 + 2 \cdot \frac{6 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

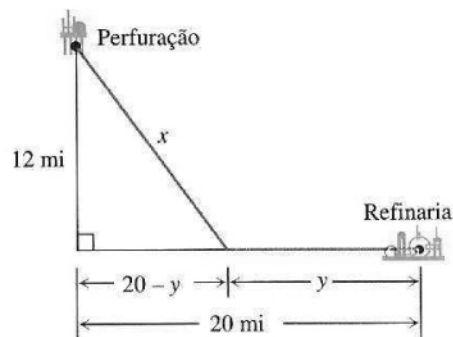
$$A_t = 1800 + 300 \cdot 1,7 = 2310 \Rightarrow 2310 \text{ cm}^2$$

Como são necessários 20% a mais de papelão, a quantidade de material para confeccionar 500 embalagens é igual a  $2310 \cdot 1,2 \cdot 500 = 1386000 \Rightarrow 1386000 \text{ cm}^2 = 138,6 \text{ m}^2$ .

**Resposta: A**

10. (ANULADA) Uma plataforma para retirada do petróleo da camada do pré-sal está localizada a 12 milhas da costa e será conectada a uma refinaria costeira 20 milhas da linha de perfuração. Os dutos subaquáticos custam R\$ 100.000,00 por milha e os terrestres, R\$ 60.000,00 por milha. Observe o gráfico, em que  $x$  é o comprimento do duto subaquático e  $y = 15$  milhas é o comprimento do duto terrestre.

Qual é o custo dessa conexão?



- A) R\$ 2.820.000,00
- B) R\$ 2.200.000,00
- C) R\$ 3.230.000,00
- D) R\$ 220.000,00
- E) R\$ 282.000,00

### Comentário:

#### Sem Resposta

Se  $y = 15$ , então  $20 - y = 20 - 15 = 5$  (em milhas).

No triângulo retângulo da figura, temos:

$$x^2 = 12^2 + 5^2 \therefore x = 13 \text{ (em milhas).}$$

Assim, sendo  $C$  o custo da conexão, temos:

$$C = 13 \cdot \text{R\$ } 100.000,00 + 15 \cdot \text{R\$ } 60.000,00 = \text{R\$ } 10.300.000,00.$$

Observação: Imaginamos que ocorreu um equívoco na digitação no enunciado da questão. Considerando que o custo do duto terrestre seja igual a R\$ 60.000,00 por milha, temos que o custo da conexão é igual a  $13 \cdot \text{R\$ } 100.000,00 + 15 \cdot \text{R\$ } 60.000,00 + \text{R\$ } 2.200.000,00$ .

# PROVA GABARITADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

VESTIBULAR PUCPR 2009/2010

Prova Manhã Nº 11



11. Como está aproximando-se o término do desconto do IPI para a linha branca dos eletrodomésticos, uma determinada loja de departamentos, para vender uma geladeira, uma máquina de lavar e uma secadora, propôs a seguinte oferta: a geladeira e a máquina de lavar custam juntas R\$ 2.200,00; a máquina de lavar e a secadora, R\$ 2.100,00; a geladeira e a secadora, R\$ 2.500,00.

Quanto pagará um cliente que comprar os três produtos anunciados?

- A) R\$ 2.266,00
- B) R\$ 6.800,00
- C) R\$ 3.200,00
- D) R\$ 3.400,00
- E) R\$ 4.800,00

### Comentário:

Seja  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, os preços em reais da geladeira, da máquina de lavar e a secadora, temos:

$$\begin{cases} x + y = 2.200,00 \text{ (I)} \\ y + z = 2.100,00 \text{ (II)} \\ x + z = 2.500,00 \text{ (III)} \end{cases}$$

$$(I) + (II) + (III)$$

$$2x + 2y + 2z = 6.800,00$$

$$x + y + z = 3.400,00$$

**Resposta: D**

12. O lucro de uma determinada empresa é dado pela lei  $L(x) = -x^2 + 8x - 7$ , em que  $x$  é a quantidade vendida (em milhares de unidades) e  $L$  é o lucro (em reais).

A quantidade que se deve vender para que o lucro seja máximo bem como o valor desse lucro são, respectivamente:

- A) 3.000 unidades e R\$ 6.000,00
- B) 4.000 unidades e R\$ 9.000,00
- C) 4.000 unidades e R\$ 8.000,00
- D) 5.000 unidades e R\$ 12.000,00
- E) 4.500 unidades e R\$ 9.000,00

### Comentário:

#### Sem Resposta

O valor de  $x$  para o qual o lucro é máximo é a abscissa do vértice da parábola que representa a função  $L$ , ou seja,  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot (-1)} = 4$ .

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot (-1)} = 4.$$

Se  $x = 4$ ,  $L(4) = -4^2 + 8 \cdot 4 - 7 = 9$ . Assim, devem ser vendidas 4000 unidades para que o lucro seja máximo igual a R\$ 9,00.

Observação: Se o lucro fosse expresso em milhares de reais, teríamos que para 4000 unidades vendidas o lucro seria máximo e igual a R\$ 9.000,00.

# PROVA GABARITADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

VESTIBULAR PUCPR 2009/2010

Prova Manhã Nº 11



13. Um terremoto de magnitude 8 graus da escala Richter atingiu, em setembro de 2009, a região de Samoa. O terremoto causou ondas de até 3 metros. A maré alta neste local ocorreu à meia-noite. Suponha que o nível de água na maré alta era de 3 metros; mais tarde, na maré baixa, era de 3 cm.

Supondo que a próxima maré alta seja exatamente ao meio-dia e que a altura da água é dada por uma curva seno ou cosseno, qual das alternativas abaixo corresponde à fórmula para o nível da água na região em função do tempo?

A)  $1,515 + 1,485 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

B)  $1,515 + 1,485 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

C)  $1,485 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

D)  $1,485 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

E)  $1,485 + 1,515 \cdot \cos(\pi t)$

### Comentário:

O período da função que representa a altura da água em função do tempo é igual a 12 horas, e os níveis mínimo e máximo são, respectivamente, iguais a 3 centímetros e 3 metros. Assim, o conjunto imagem da função, em metros, é  $[0,03;3]$ . Sendo meia-noite o tempo inicial, temos que para  $t = 0$  a altura é igual a 3 metros. Se  $t = 12$  a altura é igual a 0,03 metros. Se o período é 12 horas, então  $12 = \frac{2\pi}{|m|} \therefore m = \pm \frac{\pi}{6}$ , onde  $m$  é

o coeficiente de  $t$ . A função que verifica todas as condições anteriores é  $h = 1,515 + 1,485 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ ,

onde  $h$  é a altura da água, em metros e  $t$  o tempo, em horas, contado a partir da meia-noite.

**Resposta: A**

14. As pessoas atendidas em uma unidade de saúde apresentaram os seguintes sintomas: febre alta, dores no corpo e dores de cabeça. Os dados foram tabulados conforme quadro a seguir:

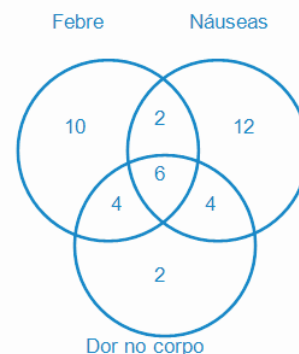
| Sintomas                      | Número de pacientes |
|-------------------------------|---------------------|
| Febre                         | 22                  |
| Dor no corpo                  | 16                  |
| Náuseas                       | 24                  |
| Febre e dor no corpo          | 10                  |
| Dor no corpo e náuseas        | 10                  |
| Náuseas e febre               | 8                   |
| Febre, dor no corpo e náuseas | 6                   |

Determine o número de pacientes atendidos no posto de saúde.

- A) 62 pessoas.
- B) 68 pessoas.
- C) 40 pessoas.
- D) 86 pessoas.
- E) 42 pessoas.

### Comentário:

Podemos representar os dados da tabela anterior, utilizando o diagrama de Venn.



Assim, o número de pacientes atendidos no posto de saúde é igual a  $10 + 12 + 2 + 2 + 4 + 4 + 6 = 40$ .

Observação: no enunciado, um dos sintomas intitula-se “dores de cabeça” e, no quadro, encontramos o nome “náuseas”.

**Resposta: C**

# PROVA GABARITADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

VESTIBULAR PUCPR 2009/2010

Prova Manhã Nº 11



15. Vidal fez um empréstimo de certo valor, para ser quitado ao final de quatro meses, em parcela única. A taxa de juros negociada com o gerente do banco foi de 5% ao mês. Exatamente um mês depois, sua namorada Madalena emprestou, do mesmo banco, um valor para ser pago ao final de três meses, também em parcela única, ou seja, ambos empréstimos vencem no mesmo dia. Sabe-se que o valor emprestado por Vidal é superior a dois salários mínimos. (Considerar juros simples).

- A) Se o casal emprestou valores iguais, ainda que Madalena pague uma taxa de juros 30% maior do que a taxa devida por Vidal, seu saldo devedor será menor do que o do seu namorado.
- B) Se Madalena emprestou um valor 10% superior àquele emprestado por Vidal, a uma taxa de 3% ao mês, seu saldo devedor no vencimento será igual ao de Vidal.
- C) Suponha que eles emprestaram valores iguais. Para que o saldo devedor de ambos coincida, a taxa de juros paga por Madalena deverá ser 40% superior à taxa paga por Vidal.
- D) Se Madalena emprestou 10% a menos que Vidal, a uma taxa de juros equivalente ao dobro daquela devida por ele, eles terão saldos devedores iguais na data de vencimento.
- E) Sem conhecer o valor absoluto de cada empréstimo, ou o valor exato de um salário mínimo, é impossível fazer qualquer avaliação.

## Comentário:

Se Vidal e Madalena emprestaram, cada um, uma quantia  $Q$ , a taxa de juros de Vidal é de 5% ao mês, e a taxa de Madalena é de  $1,3.5\% = 6,5\%$  ao mês, os saldos devedores de Vidal e Madalena serão, respectivamente, iguais a  $Q.(1 + 0,05.4) = 1,20.Q$  e  $Q.(1 + 0,065.3) = 1,195.Q$ . Assim, o saldo devedor de Madalena será menor que o saldo devedor de Vidal.

**Resposta: A**

16. No jogo da Mega Sena, um apostador pode assinalar entre 6 e 15 números, de um total de 60 opções disponíveis. O valor da aposta é igual a R\$ 2,00 multiplicado pelo número de sequências de seis números que são possíveis, a partir daqueles números assinalados pelo apostador.

Por exemplo: se o apostador assinala 6 números, tem apenas uma sequência favorável e paga R\$ 2,00 pela aposta. Se o apostador assinala 7 números, tem sete sequências favoráveis, ou seja, é possível formar sete sequências de seis números a partir dos sete números escolhidos. Neste caso, o valor da aposta é R\$ 14,00.

Considerando que se trata de uma aplicação de matemática, sem apologia a qualquer tipo de jogo, assinale a única alternativa **CORRETA**.

- A) A aposta máxima custará R\$ 5.005,00.
- B) Uma aposta com 14 números assinalados custará entre R\$ 3.000,00 e R\$ 3.050,00.
- C) Apostar dois cartões com dez números assinalados, ou cinco cartões com nove números assinalados, são opções equivalentes em termos de custo e de chance de ser ganhador do prêmio máximo.
- D) O custo de uma aposta com 12 números assinalados será inferior a R\$ 1.830,00.
- E) Apostar um cartão com 13 números assinalados custará o dobro da aposta de um cartão com 12 números assinalados.

## Comentário:

Sem Resposta

a) **Falsa**

A aposta máxima corresponde a  $C_{15}^6 = \frac{15!}{6!.9!} = 5005$  sequências favoráveis, que custará  $5005.R\$ 2,00 = R\$ 10.010,00$ .

b) **Falsa**

Uma aposta com 14 números assinalados corresponde a  $C_{14}^6 = \frac{14!}{6!.8!} = 3003$  sequências favoráveis, que custará  $3003.R\$ 2,00 = R\$ 6.006,00$ .

# PROVA GABARITADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

VESTIBULAR PUCPR 2009/2010

Prova Manhã Nº 11



c) **Falsa**

Uma aposta com dez números assinalados corresponde a  $C_{10}^6 = \frac{10!}{6!.4!} = 210$  seqüências favoráveis e com 9 números assinalados corresponde a  $C_9^6 = \frac{9!}{6!.3!} = 84$  seqüências

favoráveis. Assim, tanto o custo de dois cartões com dez números assinalados quanto o custo de 5 cartões com nove números assinalados é R\$ 840,00.

Considerando que na primeira opção os 10 números escolhidos nos dois cartões são distintos entre si, ou seja, que teremos 420 seqüências diferentes, o mesmo acontecendo com os 5 cartões da segunda opção, a chance de ser ganhador do prêmio máximo é a mesma nas duas opções.

Caso a primeira aposta fosse realizada com pelo menos um dos números repetidos nos dois cartões (com 10 números), e a segunda aposta fosse realizada com todos os números distintos nos cinco cartões (com 9 números), a segunda aposta teria mais resultados favoráveis que a primeira. Como o enunciado não esclarece se ocorre ou não repetição de números em cartões diferentes, não é possível decidir qual das apostas apresenta maior probabilidade de êxito.

d) **Falsa**

Uma aposta com 12 números assinalados corresponde a  $C_{12}^6 = \frac{12!}{6!.6!} = 924$  seqüências favoráveis, que custará 924. R\$ 2,00 = R\$ 1.848,00.

e) **Falsa**

Uma aposta com 13 números assinalados corresponde a  $C_{13}^6 = \frac{13!}{6!.7!} = 1716$  seqüências favoráveis, que custará 1716. R\$ 2,00 = R\$ 3.432,00  $\neq$  2. R\$ 1.848,00.